UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2021-22**

MATERIA: FÍSICA

<u>INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN</u>

Después de leer atentamente el examen, responda a <u>cinco</u> preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- Una partícula de masa 20 kg permanece fija en el origen de coordenadas.

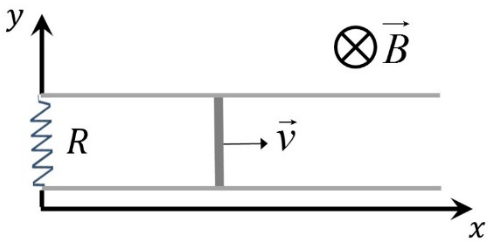
a) Calcule el campo gravitatorio generado por la masa en el punto (8, 6) m y la fuerza que experimentará una segunda partícula de masa 3 kg situada en dicho punto.
b) Con el objetivo de alejar la segunda partícula, se le transmite una velocidad de $1,2\cdot10^{-5}$ m s^{-1} en la dirección de la recta que une ambas partículas. Halle el punto más alejado del origen que alcanzará dicha partícula.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Pregunta A.2.- Por una cuerda dispuesta a lo largo del eje *x* viaja una onda armónica que desplaza los elementos de la cuerda en la dirección del eje *y*. Se sabe que los elementos A y B, respectivamente ubicados en x_A = 0 m y x_B = 2 m, oscilan en fase y cortan al eje *x* cada 4 s. Teniendo en cuenta que no hay entre A y B ningún otro elemento que oscile en fase con ellos:

a) Calcule el valor de la velocidad de propagación.
b) Escriba la expresión matemática de la onda, si esta viaja en el sentido negativo del eje *x* y en el instante inicial los elementos A y B presentan desplazamiento igual a +10 cm y velocidad nula.

Pregunta A.3.- La figura representa una varilla metálica de 20 cm de longitud, cuyos extremos deslizan sin rozamiento sobre unos raíles horizontales, paralelos al eje *x*, metálicos y de resistencia despreciable. La varilla tiene resistencia despreciable y su velocidad es $\vec{v} = 2\,\vec{i}$ m s^{-1}. Los raíles están conectados en *x* = 0 por una resistencia de valor R = 0,5 Ω. En la región hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = -0,4\,\vec{k}$ T. Calcule:



a) La intensidad de la corriente en el circuito formado por la varilla, la resistencia y los tramos de raíl entre ellas.
b) La fuerza $\vec{F}$ que el campo magnético ejerce sobre la varilla.

Pregunta A.4.- Dos lentes convergentes idénticas están separadas 16 cm. Cuando un objeto se sitúa a una cierta distancia a la izquierda de la primera lente, se encuentra que cada una de ellas opera con aumento igual a -1.

a) Determine la potencia de las lentes.
b) ¿Cuánto y hacia dónde debe desplazarse la segunda lente para lograr que la imagen del sistema se forme en el infinito?

Pregunta A.5.- Una muestra contiene inicialmente una masa de 30 mg de ^{210}Po. Sabiendo que su período de semidesintegración es de 138,38 días, determine:

a) La vida media del isótopo y la actividad inicial de la muestra.
b) El tiempo que debe transcurrir para que el contenido de ^{210}Po de la muestra se reduzca a 5 mg.

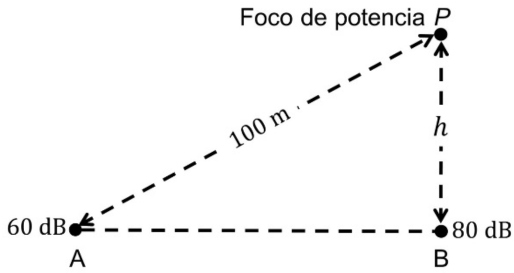
Datos: Masa atómica del ^{210}Po, M_{Po} = 210 u; Número de Avogadro, $N_A = 6,02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Pregunta B.1.- Marte posee la décima parte de la masa de la Tierra y la mitad de su diámetro.

a) Encuentre la relación entre las velocidades de escape de Marte y de la Tierra desde sus respectivas superficies.
b) Suponga que un objeto se lanza verticalmente desde la superficie terrestre, con una velocidad igual a la velocidad de escape de Marte. Si se desprecia el rozamiento, ¿qué altura máxima alcanzaría el objeto?

Dato: Radio de la Tierra, $R_T = 6{,}37\cdot10^6$ m.

Pregunta B.2.- Un foco sonoro de potencia *P* se coloca a una altura *h* sobre el suelo, como ilustra la figura. El nivel de intensidad sonora vale 60 dB en el punto A, a 100 m de distancia del foco, y alcanza 80 dB en el punto B, en el suelo en la vertical del foco.



a) Calcule *P* y *h*.
b) ¿Cuál sería el nivel de intensidad en el punto B si se agregase sobre él otro foco de igual potencia a una altura de *h*/2?

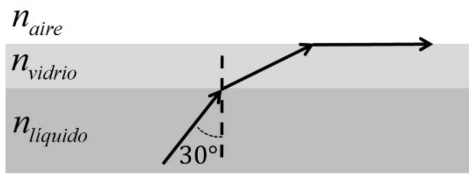
Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Pregunta B.3.- Una carga puntual positiva está situada en el punto (3, 4) m del plano *xy*. En otro punto del plano se coloca una segunda carga puntual, también positiva y de magnitud el cuádruple de la primera, haciendo que el campo se anule en el origen de coordenadas.

a) Determine la posición de la segunda carga.
b) Si el potencial en el origen de coordenadas vale $1{,}08\cdot10^4$ V, encuentre el valor de las cargas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}.

Pregunta B.4.- Una lámina de vidrio se halla sobre un líquido de índice de refracción desconocido. La longitud de onda de la luz en el vidrio se reduce a un 70 % de su valor en el aire. Si se emite luz desde el líquido, los rayos con ángulos de incidencia superiores a 30º en la cara inferior de la lámina no se refractan al aire por su cara superior. Calcule:



a) El índice de refracción del vidrio.
b) El índice de refracción del líquido.

Dato: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$.

Pregunta B.5.- Un electrón relativista ha llegado a adquirir una energía cinética equivalente a la energía de un fotón de $5\cdot10^{-12}$ m de longitud de onda en el vacío. Calcule:

a) La energía cinética del electrón, en eV.
b) La velocidad del electrón.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; *Constante de Planck,* $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s; *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3\cdot10^8$ m s^{-1}; *Masa del electrón en reposo,* $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

FÍSICA

* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES

(Documento de trabajo orientativo)

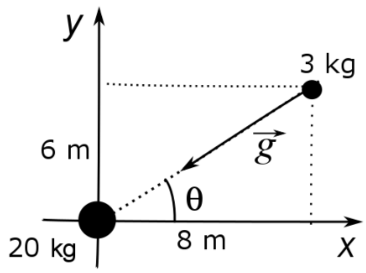
Pregunta A.1.- Una partícula de masa 20 kg permanece fija en el origen de coordenadas.

a) Calcule el campo gravitatorio generado por la masa en el punto (8, 6) m y la fuerza que experimentará una segunda partícula de masa 3 kg situada en dicho punto.
b) Con el objetivo de alejar la segunda partícula, se le transmite una velocidad de $1{,}2\cdot10^{-5}$ m s^{-1} en la dirección de la recta que une ambas partículas. Halle el punto más alejado del origen que alcanzará dicha partícula.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Solución:

a) El campo gravitatorio que la partícula de 20 kg genera en el punto (8, 6) m será:



$$\vec{g}(8,6) = -\frac{GM}{d^2}\vec{u}_r = -6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{20}{10^2}\left(\cos\theta\vec{i} + \operatorname{sen}\theta\vec{j}\right)$$

$$\vec{g}(8,6) = -6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{20}{10^2}\left(\frac{8}{10}\vec{i} + \frac{6}{10}\vec{j}\right)$$

$$\vec{g}(8,6) = \left(-1{,}07\cdot10^{-11}\vec{i} - 8{,}0\cdot10^{-12}\vec{j}\right)\text{N kg}^{-1}$$

Una vez conocido el campo gravitatorio, calculamos la fuerza que la actúa sobre la segunda carga

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{d^2}\vec{u} = m\,\vec{g}(8,6) = \left(-3{,}21\cdot10^{-11}\vec{i} - 2{,}40\cdot10^{-11}\vec{j}\right)\text{N}$$

b) Calculamos la energía total que tiene la partícula de 3 kg cuando le suministramos la velocidad $1{,}2\cdot10^{-5}$ m s^{-1}

$$E = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = -6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{20\cdot3}{10} + \frac{1}{2}3\cdot\left(1{,}2\cdot10^{-5}\right)^2 = -1{,}84\cdot10^{-10}\,\text{J}$$

El punto de máxima distancia a la que llegará la partícula será aquel en el que toda su energía mecánica inicial sea energía potencial. Calculamos la distancia al origen en el que se cumple la condición anterior

$$E = -1{,}842\cdot10^{-10} = -G\frac{Mm}{r_{\max}} = -6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{20\cdot3}{r_{\max}} \rightarrow r_{\max} = 21{,}73\text{ m}$$

Conocida la distancia al origen, calculamos el punto que nos preguntan

$$\left(x_{\max}, y_{\max}\right) = 21{,}73\left(\frac{8}{10},\frac{6}{10}\right) = \left(17{,}38,\ 13{,}04\right)\text{m}$$

Pregunta A.2.- Por una cuerda dispuesta a lo largo del eje *x* viaja una onda armónica que desplaza los elementos de la cuerda en la dirección del eje *y*. Se sabe que los elementos A y B, respectivamente ubicados en x_A = 0 m y x_B = 2 m, oscilan en fase y cortan al eje *x* cada 4 s. Teniendo en cuenta que no hay entre A y B ningún otro elemento que oscile en fase con ellos:

a) Calcule el valor de la velocidad de propagación.
b) Escriba la expresión matemática de la onda, si esta viaja en el sentido negativo del eje *x* y en el instante inicial los elementos A y B presentan desplazamiento igual a +10 cm y velocidad nula.

Solución:

a) Si esos elementos pasan por el eje *x* cada 4 s, el período de la onda es *T* = 8 s. Puesto que A y B son los dos puntos más próximos entre sí que oscilan en fase, entre ellos media una distancia igual a una longitud de onda, de modo que esta es λ = 2 m. Se obtiene así la velocidad de propagación:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{8} = 0{,}25 \text{ m s}^{-1}$$

b) Consideremos la expresión general para una onda armónica que viaja en el sentido negativo del eje *x*, escribiéndola en términos de su período y de su longitud de onda:

$$y(x,t) = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \phi_0\right)$$

Aquí, A_0 y ϕ_0 denotan respectivamente la amplitud y la fase inicial de la onda.

Ya que la velocidad inicial de los elementos A y B es nula, su desplazamiento inicial corresponde al máximo y proporciona, por tanto, la amplitud de la onda, resultando A_0 = 0,1 m.

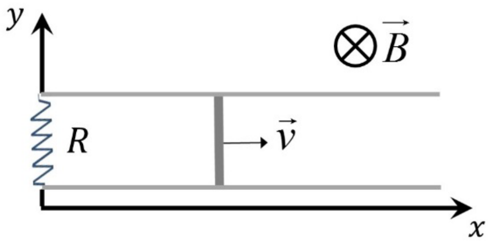
Para el elemento A, ubicado en *x* = 0, debe cumplirse en particular que:

$$y(0,0) = 0{,}1\cos(\phi_0) = 0{,}1 \text{ m} \rightarrow \phi_0 = 0$$

Recopilando todos los valores obtenidos y trasladándolos a la expresión de la onda, esta adopta la forma final:

$$y(x,t) = 0{,}1 \text{ m} \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \pi x\right) \quad \text{(unidades SI)}$$

Pregunta A.3.- La figura representa una varilla metálica de 20 cm de longitud, cuyos extremos deslizan sin rozamiento sobre unos raíles horizontales, paralelos al eje *x*, metálicos y de resistencia despreciable. La varilla tiene resistencia despreciable y su velocidad es $\vec{v} = 2\,\vec{i}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. Los raíles están conectados en *x* = 0 por una resistencia de valor $R = 0{,}5\ \Omega$. En la región hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = -0{,}4\,\vec{k}\ \mathrm{T}$. Calcule:



a) La intensidad de la corriente en el circuito formado por la varilla, la resistencia y los tramos de raíl entre ellas.
b) La fuerza $\vec{F}$ que el campo magnético ejerce sobre la varilla.

Solución:

a) Denotemos con *L* la longitud de la varilla; la superficie del circuito formado por ella, la resistencia y los raíles, tomándola orientada según el sentido positivo del eje *z* (resulta indiferente adoptar la orientación opuesta para la resolución del ejercicio), queda caracterizada por el vector:

$$\vec{S} = xL\,\vec{k}$$

El flujo magnético en el circuito, denotando con *B* el módulo del campo magnético dado en la región, se obtiene a partir de:

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = -BxL$$

Puesto que la superficie del circuito varía con el tiempo, este flujo magnético también lo hace, y aparece una fuerza electromotriz, dada por la siguiente expresión:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = BL\frac{dx}{dt} = BLv$$

La intensidad de la corriente en el circuito es:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv}{R} = \frac{0{,}4\cdot 0{,}2\cdot 2}{0{,}5} = 0{,}32\ \mathrm{A}$$

Con la orientación adoptada para la superficie, el signo positivo de la corriente corresponde a un recorrido antihorario, desde la perspectiva de la figura dada en el ejercicio.

b) La fuerza ejercida por un campo magnético uniforme $\vec{B}$ sobre un tramo rectilíneo de conductor de longitud *L* por el que circula una corriente de intensidad *I* se obtiene como:

$$\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B}\,,$$

donde $\vec{L}$ representa un vector de módulo dado por la longitud *L*, y dirección y sentido determinados por la corriente en el conductor. En el caso de la varilla del ejercicio, conforme al sentido de la corriente hallado en el apartado anterior (o que puede justificarse aquí mediante aplicación, por ejemplo, de la ley de Lenz), este vector toma la forma:

$$\vec{L} = 0{,}2\,\vec{j}$$

Utilizando la expresión de la fuerza, con los valores de la corriente y del campo magnético, llegamos a:

$$\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B} = 0{,}32\cdot 0{,}2\cdot 0{,}4\left[\vec{j}\times\left(-\vec{k}\right)\right] = -2{,}56\cdot 10^{-2}\,\vec{i}\ \ \mathrm{N}$$

El sentido de la fuerza, opuesto al movimiento de la varilla, podría justificarse directamente a partir de la ley de Lenz.

Pregunta A.4.- Dos lentes convergentes idénticas están separadas 16 cm. Cuando un objeto se sitúa a una cierta distancia a la izquierda de la primera lente, se encuentra que cada una de ellas opera con aumento igual a -1.

a) Determine la potencia de las lentes.
b) ¿Cuánto y hacia dónde debe desplazarse la segunda lente para lograr que la imagen del sistema se forme en el infinito?

Solución:

a) La ecuación de las lentes establece que:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$$

De la condición dada para el aumento de cada lente, se tiene que en ambas se cumple:

$$m = \frac{s'}{s} = -1 \quad \rightarrow \quad s' = -s$$

Llevado esto a la ecuación de las lentes, se encuentra que:

$$s = -s' = 2f$$

Puesto que la imagen de la primera constituye el objeto de la siguiente, se concluye que la distancia que las separa equivale al cuádruple de la distancia focal:

$$f' = \frac{16 \text{ cm}}{4} = 4 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad P = \frac{1}{f'} = 25 \text{ dioptrías}.$$

b) Para que la imagen del sistema se forme en el infinito, la segunda lente debería desplazarse 4 cm a la izquierda, lo que situaría la imagen de la primera lente en el foco de la segunda.

Pregunta A.5.- Una muestra contiene inicialmente una masa de 30 mg de ^{210}Po. Sabiendo que su período de semidesintegración es de 138,38 días, determine:

a) La vida media del isótopo y la actividad inicial de la muestra.
b) El tiempo que debe transcurrir para que el contenido de ^{210}Po de la muestra se reduzca a 5 mg.

Datos: Masa atómica del ^{210}Po*,* $M_{Po} = 210$ u; *Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Solución:

a) La vida media del isótopo y la actividad inicial de la muestra.
Para hallar la vida media aplicamos la relación entre vida media y período de semidesintegración:

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} = 199{,}64 \text{ días} = 1{,}72\cdot10^{7} \text{ s}$$

La actividad inicial será:

$$A_0 = \lambda N_0$$

siendo λ la constante de desintegración, $1/\tau$ y N_0 es número inicial de núcleos.

Para hallar el número inicial de núcleos contamos con la masa molecular y el número de Avogadro.

$$N_0 = \frac{m}{M} N_A = \frac{30\cdot10^{-3} \text{ g}}{210 \text{ g mol}^{-1}} 6{,}02\cdot10^{23} \text{ mol}^{-1} = 8{,}6\cdot10^{19} \text{ núcleos}$$

De manera que la actividad inicial será:

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{N_0}{\tau} = 4{,}99\cdot10^{12} \text{ Bq}$$

b) El tiempo que debe transcurrir para que el contenido de ^{210}Po de la muestra se reduzca a 5 mg.

La masa en función del tiempo sigue una ley exponencial:

$$m(t) = m_0\, e^{-\lambda t} \Rightarrow 5 \text{ mg} = 30 \text{ mg}\, e^{-\lambda t}$$

Despejando, nos queda:

$$e^{-\lambda t} = \frac{5}{30} \Rightarrow -\lambda t = \ln\left(\frac{5}{30}\right) \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{5}{30}\right) = 3{,}08\cdot10^{7} \text{ s} = 356{,}7 \text{ días}$$

Pregunta B.1.- Marte posee la décima parte de la masa de la Tierra y la mitad de su diámetro.

a) Encuentre la relación entre las velocidades de escape de Marte y de la Tierra desde sus respectivas superficies.

b) Suponga que un objeto se lanza verticalmente desde la superficie terrestre, con una velocidad igual a la velocidad de escape de Marte. Si se desprecia el rozamiento, ¿qué altura máxima alcanzaría el objeto?

Dato: Radio de la Tierra, $R_T = 6{,}37\cdot 10^6$ m.

Solución:

a) La condición de escape desde la superficie de un planeta de radio *R* y masa *M* exige que la velocidad de partida cumpla:

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \rightarrow v_e = \sqrt{2\frac{GM}{R}}$$

Utilizando la relación entre masas y diámetros de Marte y la Tierra, se obtiene la que existe entre las correspondientes velocidades de escape:

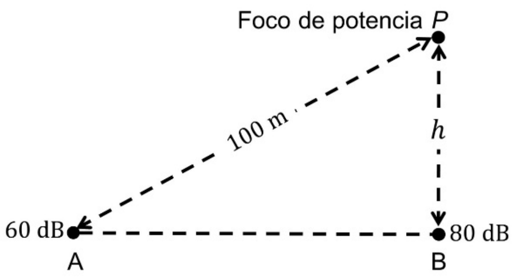
$$\frac{v_{eM}}{v_{eT}} = \frac{\sqrt{2\frac{GM_M}{R_M}}}{\sqrt{2\frac{GM_T}{R_T}}} = \sqrt{\frac{M_M}{M_T}\frac{R_T}{R_M}} = \sqrt{\frac{2}{10}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

b) Despreciando el rozamiento, la energía mecánica se conserva desde el lanzamiento en la superficie hasta el punto más alto alcanzado, en el que la energía cinética se anula; utilizando además la relación entre la velocidad de escape de Marte y la de la Tierra, se obtiene:

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2}mv_{eM}^2 - \frac{GM_Tm}{R_T} = -\frac{GM_Tm}{r_{máx}} \\ v_{eM} = \sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{1}{5}}\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \end{array}\right\} \rightarrow \quad -\frac{4}{5}\frac{GM_Tm}{R_T} = -\frac{GM_Tm}{r_{máx}} \quad \rightarrow$$

$$r_{máx} = \frac{5}{4}R_T \quad \rightarrow \quad h_{máx} = \frac{R_T}{4} = 1592{,}5 \text{ km}$$

Pregunta B.2.- Un foco sonoro de potencia *P* se coloca a una altura *h* sobre el suelo, como ilustra la figura. El nivel de intensidad sonora vale 60 dB en el punto A, a 100 m de distancia del foco, y alcanza 80 dB en el punto B, en el suelo en la vertical del foco.



a) Calcule *P* y *h*.
b) ¿Cuál sería el nivel de intensidad en el punto B si se agregase sobre él otro foco de igual potencia a una altura de *h*/2?

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) Conocido el nivel de intensidad en el punto A a una distancia *R* de 100 m del foco, podemos determinar su potencia a partir de la siguiente relación:

$$\beta_A = 10\log\frac{I_A}{I_0} = 10\log\frac{P}{4\pi R^2 I_0} \quad \rightarrow \quad P = 4\pi R^2\cdot 10^{\frac{\beta_A}{10}-12} = 4\pi\cdot 100^2\cdot 10^{\frac{60}{10}-12} = 4\pi\cdot 10^{-2}\ \text{W} = 125{,}7\ \text{mW}$$

De un modo semejante podemos encontrar la altura *h*, dado el nivel de intensidad que se recibe en el punto B del suelo en la vertical del foco:

$$\beta_B = 10\log\frac{I_B}{I_0} = 10\log\frac{P}{4\pi h^2 I_0} \quad \rightarrow \quad h = \sqrt{\frac{P}{4\pi}\cdot 10^{12-\frac{\beta_B}{10}}} = \sqrt{\frac{4\pi\cdot 10^{-2}}{4\pi}\cdot 10^{12-\frac{80}{10}}} = 10\ \text{m}$$

b) En caso de añadir ese nuevo foco, en el punto B tendríamos:

$$\beta_B' = 10\log\frac{I_B'}{I_0} = 10\log\left(\frac{P}{4\pi h^2 I_0} + \frac{4P}{4\pi h^2 I_0}\right) = 10\log\frac{P}{4\pi h^2 I_0}(1+4) = \beta_B + 10\log(5) = 87\ \text{dB}$$

Pregunta B.3.- Una carga puntual positiva está situada en el punto (3, 4) m del plano *xy*. En otro punto del plano se coloca una segunda carga puntual, también positiva y de magnitud el cuádruple de la primera, haciendo que el campo se anule en el origen de coordenadas.

a) Determine la posición de la segunda carga.
b) Si el potencial en el origen de coordenadas vale $1{,}08\cdot10^4$ V, encuentre el valor de las cargas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}.

Solución:

a) Denotemos con A el punto (3, 4) m y con B el punto en que se coloca la segunda carga. El campo eléctrico creado por esta en el origen de coordenadas debe poseer el mismo módulo que el campo generado allí por la primera, su misma dirección y sentido opuesto. Puesto que la segunda carga tiene el cuádruple de magnitud, conforme a la ley de Coulomb debe encontrarse al doble de distancia del origen para que el módulo del campo sea igual al de la primera carga; la distancia de B al origen es, en consecuencia, de 10 m. Para que la dirección sea la misma, el punto B debe encontrarse en la recta que une a A con el origen, y para que el sentido sea el contrario, B debe situarse en el tercer cuadrante; así, a 10 m del origen a lo largo de la recta anterior, en el tercer cuadrante, se halla el punto B, con coordenadas (-6, -8) m.

En términos matemáticos, tenemos que la superposición de los dos campos en el origen de coordenadas debe anularse:

$$\vec{E}(0,0) = \vec{E}_1(0,0) + \vec{E}_2(0,0) = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{E}_2(0,0) = -\vec{E}_1(0,0)$$

Sean $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$ los vectores de posición de cada una de las cargas, y r_1 y r_2 sus respectivos módulos. Los campos anteriores pueden entonces escribirse como:

$$\vec{E}_1(0,0) = K\frac{q_1}{r_1^2}\left(-\frac{\vec{r}_1}{r_1}\right)$$

$$\vec{E}_2(0,0) = K\frac{q_2}{r_2^2}\left(-\frac{\vec{r}_2}{r_2}\right)$$

La igualdad de módulos requiere que:

$$K\frac{q_1}{r_1^2} = K\frac{q_2}{r_2^2} \quad \rightarrow \quad r_2 = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}r_1 = 2r_1$$

Para que los sentidos sean opuestos, debe verificarse que:

$$\left(-\frac{\vec{r}_1}{r_1}\right) = -\left(-\frac{\vec{r}_2}{r_2}\right) \quad \rightarrow \quad \vec{r}_2 = -\frac{r_2}{r_1}\vec{r}_1 = -2\vec{r}_1$$

La posición de la segunda carga es, por lo tanto, (-6, -8) m.

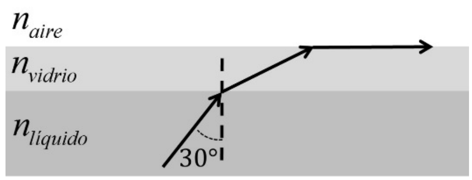
b) El potencial en el origen de coordenadas es la suma de los correspondientes a cada carga, y cumpliría:

$$V(0,0) = K\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = Kq\left(\frac{1}{5} + \frac{4}{10}\right) = 1{,}08\cdot10^4 \text{ V} \quad \rightarrow \quad q = \frac{5}{3}\cdot\frac{10{,}8\cdot10^3}{9\cdot10^9} = 2\cdot10^{-6} \text{ C}$$

$$q_1 = 2\cdot10^{-6} \text{ C}$$

$$q_2 = 8\cdot10^{-6} \text{ C}$$

Pregunta B.4.- Una lámina de vidrio se halla sobre un líquido de índice de refracción desconocido. La longitud de onda de la luz en el vidrio se reduce a un 70 % de su valor en el aire. Si se emite luz desde el líquido, los rayos con ángulos de incidencia superiores a 30º en la cara inferior de la lámina no se refractan al aire por su cara superior. Calcule:



a) El índice de refracción del vidrio.
b) El índice de refracción del líquido.

Dato: Índice de refracción del aire, n_{aire} = 1.

Solución:

a) De la relación entre las longitudes de onda se obtiene:

$$\lambda_{vidrio} = \frac{n_{aire}\lambda_{aire}}{n_{vidrio}} = 0,7\lambda_{vidrio} \quad \rightarrow \quad n_{vidrio} = \frac{n_{aire}}{0,7} = 1,43$$

b) A partir de 30º de ángulo de incidencia del líquido al vidrio, los rayos que alcanzan la cara superior del vidrio sufren reflexión total y no se refractan al aire; por lo tanto:

$$n_{líquido}\text{sen } 30^\circ = n_{vidrio}\text{sen } \alpha_l = n_{aire}\text{sen } 90^\circ \quad \rightarrow \quad n_{líquido} = \frac{n_{aire}}{\text{sen } 30^\circ} = 2$$

Pregunta B.5.- Un electrón relativista ha llegado a adquirir una energía cinética equivalente a la energía de un fotón de $5 \cdot 10^{-12}$ m de longitud de onda en el vacío. Calcule:

a) La energía cinética del electrón, en eV.
b) La velocidad del electrón.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; *Constante de Planck, h = $6,63 \cdot 10^{-34}$* J s; *Velocidad de la luz en el vacío, c = $3 \cdot 10^{8}$* m s^{-1}; *Masa del electrón en reposo, m_e = $9,1 \cdot 10^{-31}$* kg.

Solución:

a) Puesto que la energía cinética del electrón equivale a la del fotón de la longitud de onda dada, tenemos:

$$E_c = E_{fotón} = h\frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-12}} = 39,78 \cdot 10^{-15} \text{ J} = 2,49 \cdot 10^5 \text{ eV}$$

b) A partir de la expresión relativista para la energía cinética, podemos encontrar la velocidad del electrón:

$$E_c = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)m_0c^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1+\frac{E_c}{m_0c^2}\right)^2}}\,c = 2,22 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$