uc3m Universidad Carlos III de Madrid	**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID** EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2022-23** **MATERIA: FÍSICA**	D

<u>INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN</u>

Después de leer atentamente el examen, responda a <u>cinco</u> preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- Un satélite de la constelación *OneWeb*®, de 150 kg de masa, se encuentra en una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 1200 km sobre el nivel del mar. Determine:

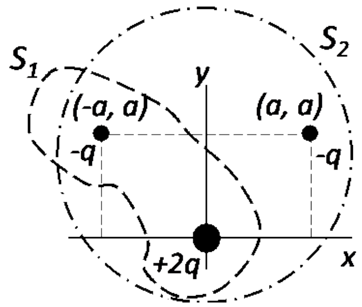
a) Las energías potencial gravitatoria y cinética que tiene el satélite en su órbita.
b) La energía que fue necesario comunicar al satélite para ponerlo en órbita desde la superficie de la Tierra.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra,* $M_T = 5,97\cdot10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra,* $R_T = 6,37\cdot10^6$ m.

Pregunta A.2.- A lo largo de una cuerda se propaga en el sentido +*x* una onda transversal. El periodo de oscilación y la elongación máxima de un punto cualquiera de la cuerda son, respectivamente, $4\cdot10^{-3}$ s y 3 mm. La distancia mínima entre dos puntos cualesquiera de la cuerda que oscilan en fase es de 0,25 metros. En el instante $2\cdot10^{-3}$ s la elongación de un punto situado a + 0,5 m del origen de coordenadas es de -1,5 mm y su velocidad de oscilación en ese instante es positiva.

a) Halle la frecuencia angular y la velocidad de propagación de la onda.
b) Obtenga la expresión matemática que describe a la onda.

Pregunta A.3.- Tres cargas -*q*, -*q* y +2*q* se encuentran situadas en los puntos del plano (-*a*, *a*), (*a*, *a*) y (0, 0), respectivamente, tal y como se describe en la figura. Determine, en función de la constante de Coulomb, *K*, el valor de la carga, *q*, y la distancia, *a*:



a) La expresión de la fuerza electrostática que se ejerce sobre la carga situada en la posición *(a, a)* y la expresión del trabajo que habrá realizado esa fuerza electrostática para traer la carga -*q* desde el infinito a la posición *(a, a)*.
b) El flujo del campo eléctrico a través de las superficies cerradas S_1 y S_2.

Dato: Permitividad eléctrica del vacío; $\varepsilon_o = 1/4\pi K$.

Pregunta A.4.- Un objeto de 2 cm de altura se sitúa a 18 cm a la izquierda de una pantalla. Entre la pantalla y el objeto, a 14,2 cm de este, se sitúa una lente convergente.

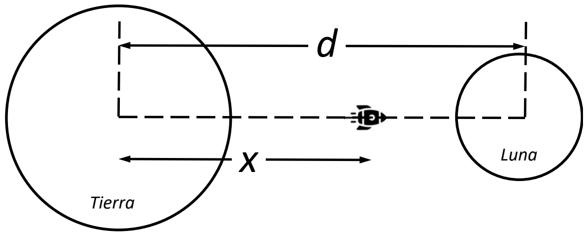
a) Determine la distancia focal que debe tener la lente para que se enfoque la imagen del objeto sobre la pantalla y el tamaño de la imagen.
b) A continuación, se retira la pantalla y se sitúa a 5 cm a la derecha de la primera lente otra lente convergente de distancia focal 1,2 cm. ¿Dónde se formará la nueva imagen? Realice el correspondiente trazado de rayos.

Pregunta A.5.- Se sospecha que un acuífero recibe aportes intermitentes de radón (^{222}Rn). Para comprobarlo, se toman semanalmente medidas de la actividad radiactiva de muestras de agua. Una de esas medidas arroja un valor de 14 Bq para una muestra de un litro. Determine el valor de la medida de la siguiente semana, para otra muestra de un litro, en cada una de las siguientes condiciones:

a) Si no hubiese ningún aporte de ^{222}Rn en el transcurso de esa semana.
b) Si el cuarto día de esa semana la concentración de ^{222}Rn en el acuífero experimentase un aumento súbito de $2\cdot10^{-16}$ g por cada litro de agua.

Datos: Período de semidesintegración del ^{222}Rn, $T_{1/2} = 3,8$ días; *Masa atómica del* ^{222}Rn, $M_{222\text{-}Rn} = 222$ u; *Número de Avogadro,* $N_A = 6,02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Pregunta B.1.- En la película *Space Cowboys* un amenazador satélite militar orbita alrededor de la Tierra a una altura de 1600 km sobre la superficie terrestre.



a) Calcule la velocidad orbital del satélite y el tiempo que tarda en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra. Desprecie en este apartado la interacción gravitatoria de la Luna.

b) Para evitar que el satélite caiga a la Tierra se decide impulsarlo hacia la Luna. Determine la distancia *x* al centro de la Tierra, tal y como se muestra en la figura, a la que tendrá que llegar el satélite, para que el efecto del campo gravitatorio lunar sea superior al del campo gravitatorio terrestre.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra,* $M_T = 5,97\cdot10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra;* $R_T = 6,37\cdot10^3$ km*; Masa de la Luna,* $M_L = 7,35\cdot10^{22}$ kg; *Distancia de la Tierra a la Luna,* $d = 3,84\cdot10^5$ km.

Pregunta B.2.- Un observador que se encuentra a 3 m de una fuente puntual sonora que emite en todas direcciones mide un nivel de intensidad sonora de 53 dB. Halle:

a) La intensidad sonora recibida por el observador y la potencia con la que emite la fuente puntual.

b) La distancia a la que debe situarse el observador para que el nivel de intensidad sonora percibido se reduzca a una cuarta parte.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

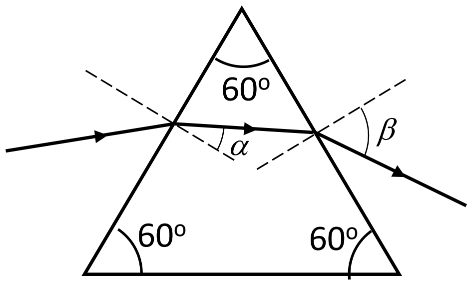
Pregunta B.3.- Un ion de He^+ se sitúa inicialmente en reposo dentro de una región del espacio donde existe un campo eléctrico homogéneo de 10^3 V m^{-1} que está dirigido a lo largo del eje +*x*.

a) Calcule la aceleración que experimenta el ion en el instante inicial.

b) Determine la fuerza total sobre el ion si a los 20 μs de ser depositado se aplica un campo magnético homogéneo de 0,6 T a lo largo del eje +*y*.

Datos: Masa atómica del ion de He^+*,* $M_{He} = 4$ u*; Número de Avogadro,* $N_A = 6,02\cdot10^{23}$ mol^{-1}*; Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1,6\cdot10^{-19}$ C.

Pregunta B.4.- Un rayo de luz incide sobre la cara izquierda del prisma de la figura, el cual está construido con un material cuyo índice de refracción vale 1,66.

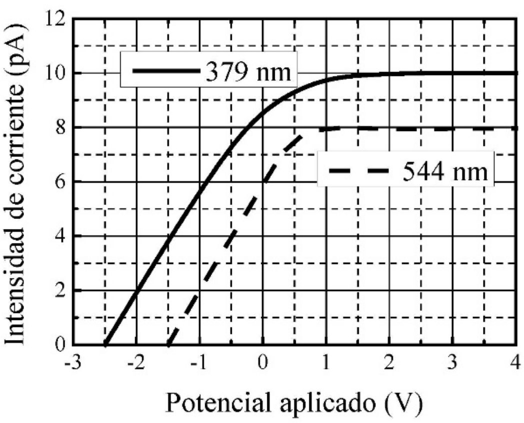


a) Determine los ángulos α y β de la trayectoria que sigue el rayo de luz que entra en el prisma desde el aire con un ángulo de incidencia de 50º.

b) Calcule el ángulo límite con el que deberá incidir desde el aire el rayo de luz para que este no emerja del prisma.

Dato: Índice de refracción del aire, n = 1.

Pregunta B.5.- Para estudiar el efecto fotoeléctrico se registra la intensidad de corriente entre un cierto metal emisor de fotoelectrones y una placa en función del potencial eléctrico aplicado entre ambos, mientras se ilumina el metal fotoemisor con un cierto haz de luz. La gráfica adjunta muestra los datos para luz de 379 nm y 544 nm, donde se observan potenciales de frenado de 2,5 V y de 1,5 V, respectivamente.



a) A partir de los potenciales de frenado, obtenga el valor de la constante de Planck.

b) Indique cuáles serían los valores del potencial de frenado y de la intensidad de corriente máxima para el haz de luz de 379 nm si se disminuyese a la mitad la intensidad del haz.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^8$ m s^{-1}*; Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1,6\cdot10^{-19}$ C.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

FÍSICA

* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES -FÍSICA

(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta A.1.- Un satélite de la constelación *OneWeb*®, de 150 kg de masa, se encuentra en una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 1200 km sobre el nivel del mar. Determine:

a) Las energías potencial gravitatoria y cinética que tiene el satélite en su órbita.

b) La energía que fue necesario comunicar al satélite para ponerlo en órbita desde la superficie de la Tierra.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra,* $M_T = 5,97\cdot10^{24}$ kg*; Radio de la Tierra,* $R_T = 6,37\cdot10^6$ m.

Solución:

a) La energía potencial que tiene el satélite en su órbita es

$$E_P = -G\frac{M_T \cdot m_S}{R_T + h} = -6,67\cdot10^{-11}\frac{5,97\cdot10^{24}\cdot150}{6,37\cdot10^6 + 1200\cdot10^3} = -7,89\cdot10^9 \text{ J}$$

Para calcular la energía cinética debemos determinar la velocidad con la que está orbitando el satélite

$$m_S\frac{v^2}{R_T + h} = G\frac{M_T \cdot m_S}{\left(R_T + h\right)^2}\ ;\ v^2 = G\frac{M_T}{R_T + h}$$

$$E_C = \frac{1}{2}m_S v^2 = \frac{1}{2}m_S G\frac{M_T}{R_T + h} = \frac{1}{2}150\cdot6,67\cdot10^{-11}\frac{5,97\cdot10^{24}}{6,37\cdot10^6 + 1200\cdot10^3} = 3,95\cdot10^9 \text{ J}$$

Nota: este apartado también puede resolverse teniendo en cuenta que

$$E_{mec} = E_P + E_C = -G\frac{M_T \cdot m_s}{R_T + h} + E_C\ ;\ E_{mec} = -\frac{1}{2}G\frac{M_T \cdot m_s}{R_T + h}$$

$$E_C = \frac{1}{2}G\frac{M_T \cdot m_s}{R_T + h} = -\frac{1}{2}E_P = \frac{7,89\cdot10^9}{2} = 3,95\cdot10^9 \text{ J}$$

Pero en ese caso deberán demostrar la expresión de la energía mecánica.

b) La energía mínima necesaria para poner en órbita al satélite vendrá dada por la variación de energía mecánica de éste entre la órbita y la superficie

$$E_{satelización} = \Delta E_M = E_M^{órbita} - E_M^{superficie} = \left(E_C + E_P\right)^{órbita} + \left(E_C + E_P\right)^{superficie} =$$

$$= \left(3,95\cdot10^9 - 7,89\cdot10^9\right) - \left(0 - G\frac{M_T \cdot m_S}{R_T}\right) = -3,94\cdot10^9 + 6,67\cdot10^{-11}\frac{5,97\cdot10^{24}\cdot150}{6,37\cdot10^6} = 5,44\cdot10^9 \text{ J}$$

Pregunta A.2.- A lo largo de una cuerda se propaga en el sentido +*x* una onda transversal. El periodo de oscilación y la elongación máxima de un punto cualquiera de la cuerda son, respectivamente, $4\cdot10^{-3}$ s y 3 mm. La distancia mínima entre dos puntos cualesquiera de la cuerda que oscilan en fase es de 0,25 metros. En el instante $2\cdot10^{-3}$ s la elongación de un punto situado a + 0,5 m del origen de coordenadas es de -1,5 mm y su velocidad de oscilación en ese instante es positiva.

a) Halle la frecuencia angular y la velocidad de propagación de la onda.

b) Obtenga la expresión matemática que describe a la onda.

Solución:

a) De acuerdo con los datos que se proporcionan

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4{\cdot}10^{-3}} = 500\pi \text{ rad s}^{-1} \ ; \ \lambda = 0,25\,\text{m} \ ; \ v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,25}{4{\cdot}10^{-3}} = 62,5\,\text{m s}^{-1}$$

b) La expresión matemática que describe a la onda es

$$y(x,t) = A\,\text{sen}\left(\omega t - k{\cdot}x + \phi\right)$$

Donde

$$A = 3\text{ mm} = 3\cdot10^{-3}\text{m} \ ; \ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,25} = 8\pi \text{ m}^{-1}$$

$$y(x,t) = A\,\text{sen}\left(\omega\cdot t - k{\cdot}x + \phi\right) = 3\cdot10^{-3}\text{sen}\left(500\pi\cdot t - 8\pi\cdot x + \phi\right)$$

El desfase ϕ, lo calcularemos a partir de las condiciones en el punto situado a 0,5 m

$$y\left(0,5, 2\cdot10^{-3}\right) = 3\cdot10^{-3}\text{sen}\left(500\pi\cdot2\cdot10^{-3} - 8\pi\cdot0,5 + \phi\right) = -1,5\cdot10^{-3}$$

$$3\cdot10^{-3}\text{sen}\left(\pi - 4\pi + \phi\right) = -1,5\cdot10^{-3} \ ; \ \text{sen}\left(-3\pi + \phi\right) = -0,5$$

$$\phi - 3\pi = \text{arc sen}\left(\text{-0,5}\right) \ ; \ \phi - 3\pi = -\frac{\pi}{6} \text{ ó } \frac{7\pi}{6} \ ; \ \phi = \frac{17\pi}{6} \text{ ó } \frac{25\pi}{6}\text{rad}$$

La velocidad de oscilación será

$$\frac{dy(x,t)}{dt} = 3\cdot10^{-3}\cdot500\pi\cdot\cos\left(500\pi t - 8\pi x + \phi\right)$$

$$\frac{dy(0,5,2\cdot10^{-3})}{dt} = 3\cdot10^{-3}\cdot500\pi\cdot\cos\left(500\pi\cdot2\cdot10^{-3} - 8\pi\cdot0,5 + \phi\right)$$

Evaluando para cada valor del desfase

$$\phi = \frac{17\pi}{6} \ ; \ \frac{dy(0,5,2\cdot10^{-3})}{dt} = 3\cdot10^{-3}\cdot500\pi\cdot\cos\left(500\pi\cdot2\cdot10^{-3} - 8\pi\cdot0,5 + \frac{17\pi}{6}\right) > 0$$

$$\phi = \frac{25\pi}{6} \ ; \ \frac{dy(0,5,2\cdot10^{-3})}{dt} = 3\cdot10^{-3}\cdot500\pi\cdot\cos\left(500\pi\cdot2\cdot10^{-3} - 8\pi\cdot0,5 + \frac{25\pi}{6}\right) < 0$$

El desfase correcto es por tanto $\phi = {}^{17\pi}\!/_{6} \equiv {}^{5\pi}\!/_{6} + 2n\pi \ \ n = 0,1,2...$

La ecuación de la onda será, por tanto

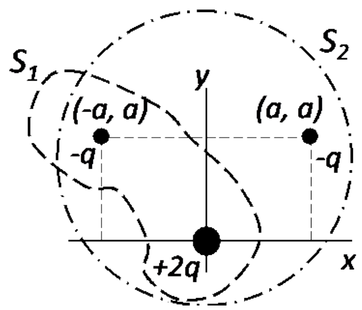
$$y(x,t) = 3\cdot10^{-3}\text{sen}\left(500\pi t - 8\pi x + \frac{5\pi}{6}\right)\text{ m}$$

Donde *x* está expresado en m y *t* en s.

En el caso de que se utilice la expresión del coseno la ecuación que describiría a la onda sería

$$y(x,t) = 3\cdot 10^{-3}\cos\left(500\pi t - 8\pi x + \frac{\pi}{3}\right)\ \mathrm{m}$$

Pregunta A.3.- Tres cargas *-q*, *-q* y *+2q* se encuentran situadas en los puntos del plano (*-a*, *a*), (*a*, *a*) y (0, 0), respectivamente, tal y como se describe en la figura. Determine, en función de la constante de Coulomb, *K*, el valor de la carga, *q* y la distancia, *a*:



a) La expresión de la fuerza electrostática que se ejerce sobre la carga situada en la posición *(a, a)* y la expresión del trabajo que habrá realizado esa fuerza electrostática para traer la carga -*q* desde el infinito a la posición *(a, a).*

b) El flujo del campo eléctrico a través de las superficies cerradas S_1 y S_2.

Dato: Permitividad eléctrica del vacío; $\varepsilon_o = 1/4\pi K$.

Solución:

a) Las fuerzas que ejercen las cargas -*q* y +*2q* sobre la carga situada en (*a, a*) serán

$$\vec{F}_{-q\to -q} = K\frac{q^2}{(2a)^2}\vec{i} = K\frac{q^2}{4a^2}\vec{i}$$

$$\vec{F}_{+2q\to -q} = -K\frac{2q^2}{2a^2}\mathrm{sen}45^{\circ}\,\vec{i} - K\frac{2q^2}{2a^2}\cos 45^{\circ}\,\vec{j} = K\frac{q^2}{a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\vec{i}-\vec{j}\right)$$

La fuerza neta sobre la carga -*q* valdrá

$$\vec{F}_{-q} = K\frac{q^2}{a^2}\left[\left(\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right] = K\frac{q^2}{a^2}\left(-0,46\,\vec{i} - 0,71\,\vec{j}\right)$$

El trabajo que realiza la fuerza electrostática para traer la carga -*q* desde el infinito hasta el punto *(a, a)* es la variación de su energía potencial entre el infinito y el punto *(a, a)*

$$W = -\Delta E_p = -\left(E_p^{(a,a)} - E_p^{\infty}\right) = -E_p^{(a,a)} = -\left(K\frac{(-q)(-q)}{2a} + K\frac{(2q)(-q)}{a\sqrt{2}}\right) =$$

$$= -\left(K\frac{q^2}{2a} - K\frac{2q^2}{a\sqrt{2}}\right) = -K\frac{q^2}{a}\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\sqrt{2}}\right) = 0,91\cdot K\frac{q^2}{a}$$

b) De acuerdo con la Ley de Gauss del campo eléctrico

$$\Phi_E = \frac{q_{neta}}{\varepsilon_0}$$

Donde q_{neta} es la carga encerrada por la superficie y ε_o la permitividad dieléctrica del vacío. Por tanto

$$\Phi_E^{S1} = \frac{+2q-q}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0} = 4\pi Kq \quad ; \quad \Phi_E^{S2} = \frac{+2q-q-q}{\varepsilon_0} = 0$$

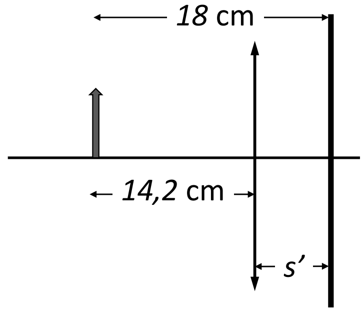
Pregunta A.4.- Un objeto de 2 cm de altura se sitúa a 18 cm a la izquierda de una pantalla. Entre la pantalla y el objeto, a 14,2 cm de este, se sitúa una lente convergente.

a) Determine la distancia focal que debe tener la lente para que se enfoque la imagen del objeto sobre la pantalla y el tamaño de la imagen.

b) A continuación, se retira la pantalla y se sitúa a 5 cm a la derecha de la primera lente otra lente convergente de distancia focal 1,2 cm, ¿dónde se formará la nueva imagen? Realice el correspondiente trazado de rayos.

Solución:

a) Aplicando la Ecuación de Gauss para las lentes delgadas



$$\frac{1}{18-14,2}-\frac{1}{-14,2}=\frac{1}{f'} \;\; ; \;\; f'=3\,\text{cm}$$

El aumento lateral que proporciona la lente será

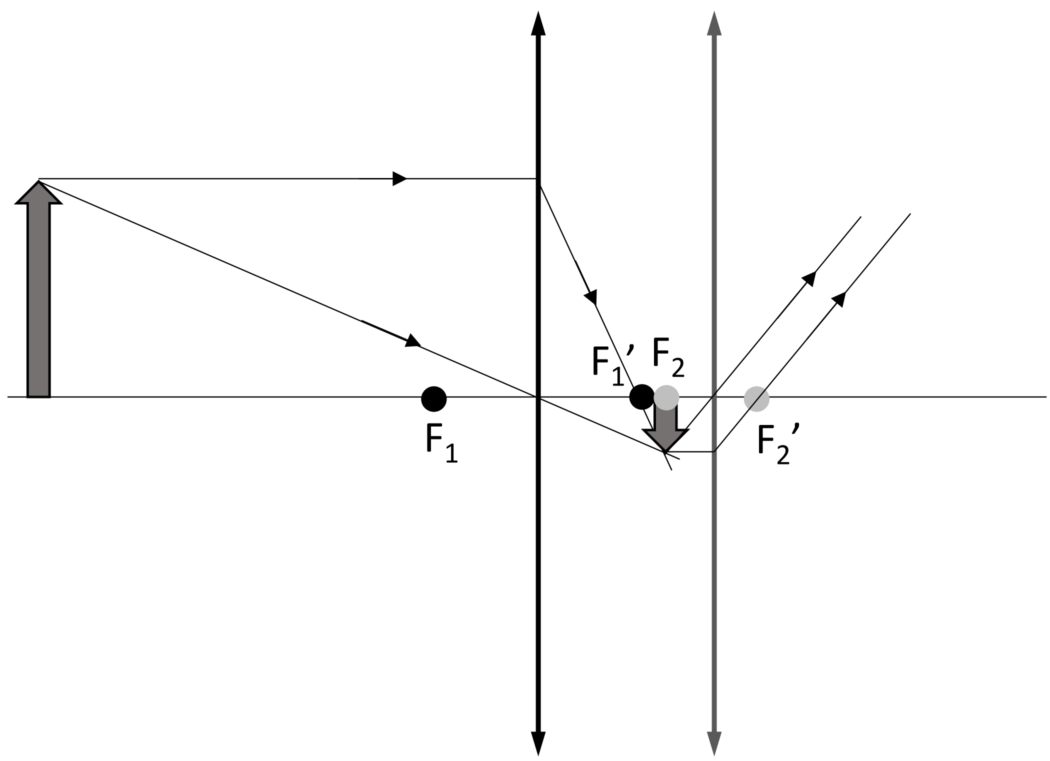
$$m=\frac{s'}{s} \;\; ; \;\; s'=3,8\,\text{cm} \;\; ; \;\; m=\frac{3,8}{-14,2}=-\,0,27$$

Y el tamaño de la imagen que se forma es

$$y'=-\,0,27\cdot 2=-\,0,54\text{ cm}$$

b) El foco objeto de la segunda lente coincide con la posición de la imagen creada por la primera lente y por tanto la imagen creada por la segunda lente se formará en el infinito.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-(5-3,8)}=\frac{1}{1,2}\;;\;\frac{1}{s'}=0\Rightarrow s'=\infty$$



Pregunta A.5.- Se sospecha que un acuífero recibe aportes intermitentes de radón (^{222}Rn). Para comprobarlo, se toman semanalmente medidas de la actividad radiactiva de muestras de agua. Una de esas medidas arroja un valor de 14 Bq para una muestra de un litro. Determine el valor de la medida de la siguiente semana, para otra muestra de un litro, en cada una de las siguientes condiciones:

a) Si no hubiese ningún aporte de ^{222}Rn en el transcurso de esa semana.

b) Si el cuarto día de esa semana la concentración de ^{222}Rn en el acuífero experimentase un aumento súbito de $2\cdot10^{-16}$ g por cada litro de agua.

Datos: Período de semidesintegración del ^{222}Rn, $T_{1/2}$ = *3,8* días; *Masa atómica del* ^{222}Rn, $M_{222\text{-Rn}}$ = *222* u; *Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Solución:

a) Sin ningún aporte de radón, la actividad esperada al cabo de una semana sería la correspondiente al decaimiento exponencial de la actividad anterior; para una muestra de un litro:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{t}{T_{1/2}}\ln 2} = A_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 14\cdot 2^{-\frac{7}{3,8}} = 3{,}90 \text{ Bq}$$

b) El incremento de concentración supondría al final de la semana un aumento de la actividad, con respecto a la esperada en las condiciones del apartado a), que, de nuevo para una muestra de un litro, vendría dado por:

$$\Delta A = \lambda\left(\Delta C\frac{N_A}{M_{Rn}}\right)e^{-\lambda t'} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}\left(\Delta C\frac{N_A}{M_{Rn}}\right)2^{-\frac{t'}{T_{1/2}}} =$$

$$= \frac{\ln 2}{3,8\cdot 8,64\cdot 10^4}\left(2\cdot10^{-16}\,\frac{6,02\cdot10^{23}}{222}\right)2^{-\frac{3}{3,8}} = 0{,}66 \text{ Bq}$$

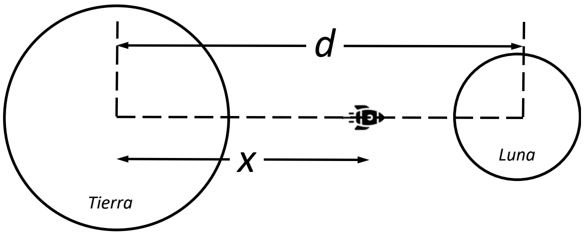
La actividad registrada en la medida semanal que sigue a la de 14 Bq se elevaría así a:

$$A' = A + \Delta A = 3{,}90 + 0{,}66 = 4{,}56 \text{ Bq}$$

SOLUCIONES

(Documento de trabajo Orientativo)

Pregunta B.1.- En la película *Space Cowboys* un amenazador satélite militar orbita alrededor de la Tierra a una altura de 1600 km sobre la superficie terrestre.



a) Calcule la velocidad orbital del satélite y el tiempo que tarda en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra. Desprecie en este apartado la interacción gravitatoria de la Luna.

b) Para evitar que el satélite caiga a la Tierra se decide impulsarlo hacia la Luna. Determine la distancia *x* al centro de la Tierra, tal y como se muestra en la figura, a la que tendrá que llegar el satélite, para que el efecto del campo gravitatorio lunar sea superior al del campo gravitatorio terrestre.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra, $M_T = 5,97\cdot10^{24}$* kg; *Radio de la Tierra; $R_T = 6,37\cdot10^3$* km*; Masa de la Luna, $M_L = 7,35\cdot10^{22}$* kg; *Distancia de la Tierra a la Luna, $d = 3,84\cdot10^5$* km.

Solución:

a) En la órbita del satélite se verifica que

$$m\frac{v^2}{R_T+1,6\cdot10^6}=G\frac{M_T\cdot m}{\left(R_T+1,6\cdot10^6\right)^2}\ ;\ v=\sqrt{G\frac{M_T}{R_T+1,6\cdot10^6}}$$

$$v=\sqrt{6,67\cdot10^{-11}\frac{5,97\cdot10^{24}}{6,37\cdot10^6+1,6\cdot10^6}}=7,07\ \text{km s}^{-1}$$

El tiempo que tardará el satélite en dar una vuelta completa a la Tierra será

$$T=\frac{2\pi\left(R_T+1,6\cdot10^3\right)}{v}=\frac{2\pi\left(6,37\cdot10^3+1,6\cdot10^3\right)}{7,07}=7083\,\text{s}=1,97\ \text{h}$$

b) Para que las fuerzas gravitatorias de la Tierra y de la Luna se igualen, se debería cumplir:

$$G\frac{M_T\cdot m}{x^2}=G\frac{M_L\cdot m}{\left(d-x\right)^2}\ ;\ \frac{M_T}{M_L}=\frac{x^2}{\left(d-x\right)^2}$$

$$\frac{x}{d-x}=\sqrt{\frac{M_T}{M_L}}\ ;\ \frac{x}{3,84\cdot10^5-x}=\sqrt{\frac{5,97\cdot10^{24}}{7,35\cdot10^{22}}}\ ;\ x=3,46\cdot10^5\ \text{km}$$

Pregunta B.2.- Un observador que se encuentra a 3 m de una fuente puntual sonora que emite en todas direcciones mide un nivel de intensidad sonora de 53 dB. Halle:

a) La intensidad sonora recibida por el observador y la potencia con la que emite la fuente puntual.

b) La distancia a la que debe situarse el observador para que el nivel de intensidad sonora percibido se reduzca a una cuarta parte.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) La intensidad sonora correspondiente a un nivel de intensidad sonora de 53 dB es

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \ ; \ 53 = 10 \log \frac{I_1}{10^{-12}} \ ; \ I_1 = 10^{-12} \cdot 10^{5,3} = 1,99 \cdot 10^{-7} \ \mathrm{W\,m^{-2}}$$

La potencia con la que está emitiendo la fuente puntual será

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \ ; \ P = I_1 \cdot 4\pi r^2 = 1,99 \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi 3^2 = 2,25 \cdot 10^{-5} \ \mathrm{W}$$

b) Un nivel de intensidad sonora de 53/4 dB se corresponde con una intensidad de

$$\beta_2 = \frac{53}{4} = 13,25\,\mathrm{dB} \ ; \ 13,25 = 10 \log \frac{I_2}{10^{-12}} \ ; \ I_2 = 10^{-12} \cdot 10^{1,325} = 2,11 \cdot 10^{-11} \ \mathrm{W\,m^{-2}}$$

La distancia a la que se percibirá una intensidad I_2 será

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \ ; \ r_2 = \sqrt{3^2 \frac{1,99 \cdot 10^{-7}}{2,11 \cdot 10^{-11}}} = 291,3 \ \mathrm{m}$$

Pregunta B.3.- Un ion de He^+ se sitúa inicialmente en reposo dentro de una región del espacio donde existe un campo eléctrico homogéneo de 10^3 V m^{-1} que está dirigido a lo largo del eje $+x$.

a) Calcule la aceleración que experimenta el ion en el instante inicial.

b) Determine la fuerza total sobre el ion si a los 20 μs de ser depositado se aplica un campo magnético homogéneo de 0,6 T a lo largo del eje $+y$.

Datos: Masa atómica del ion de He^+, $M_{He} = 4$ u*; Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}*; Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Solución:

a) El campo eléctrico ejerce una fuerza sobre el ion que será

$$\vec{F} = q\cdot\vec{E} = 1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{3}\,\vec{i} = 1{,}6\cdot10^{-16}\,\vec{i}\ \text{N}$$

La aceleración que experimenta el ion en el instante inicial es

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_{ion}} = \frac{1{,}6\cdot10^{-16}\,\vec{i}}{4\cdot10^{-3}/6{,}02\cdot10^{23}} = 2{,}41\cdot10^{10}\,\vec{i}\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

b) Al aplicar un campo magnético y estar moviéndose el ion con una cierta velocidad actuará sobre él una fuerza magnética. La velocidad que llevará el ion a los 20 μs será

$$\vec{v} = \vec{a}\cdot t = 2{,}41\cdot10^{10}\cdot20\cdot10^{-6}\,\vec{i} = 4{,}82\cdot10^{5}\,\vec{i}\ \text{m s}^{-1}$$

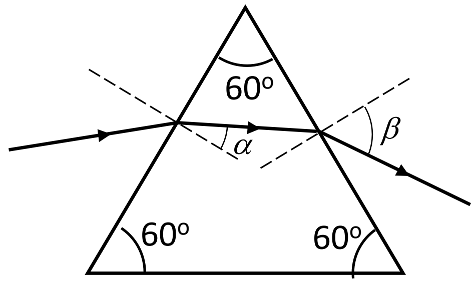
La fuerza magnética que actuará sobre el ion valdrá

$$\vec{F} = q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right) = 1{,}6\cdot10^{-19}\left(4{,}82\cdot10^{5}\,\vec{i}\times0{,}6\,\vec{j}\right) = 4{,}63\cdot10^{-14}\,\vec{k}\ \text{N}$$

La fuerza total sobre el ion es

$$\vec{F}_{Total} = \left(1{,}6\cdot10^{-16}\,\vec{i} + 4{,}63\cdot10^{-14}\,\vec{k}\right)\text{N}$$

Pregunta B.4.- Un rayo de luz incide sobre la cara izquierda del prisma de la figura, el cual está construido con un material cuyo índice de refracción vale 1,66.



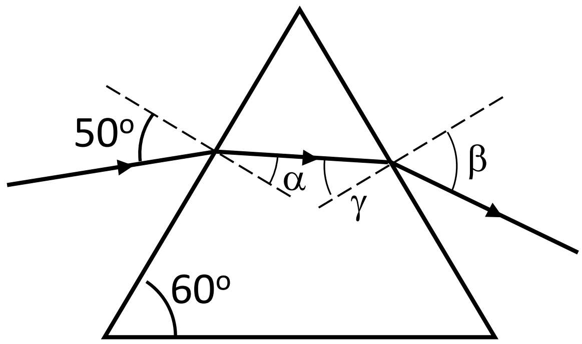
a) Determine los ángulos α y β de la trayectoria que sigue el rayo de luz que entra en el prisma desde el aire con un ángulo de incidencia de 50º.

b) Calcule el ángulo límite con el que deberá incidir desde el aire el rayo de luz para que este no emerja del prisma.

Dato: Índice de refracción del aire, $n_0 = 1$.

Solución:

a) Aplicando la Ley de Snell a la cara de entrada del rayo de luz



$$n_0 \cdot \text{sen}\, 50º = 1,66 \cdot \text{sen}\, \alpha$$

$$\text{sen}\, \alpha = \frac{1}{1,66} \text{sen}\, 50º = 0,461 \ ; \ \alpha = 27,48º$$

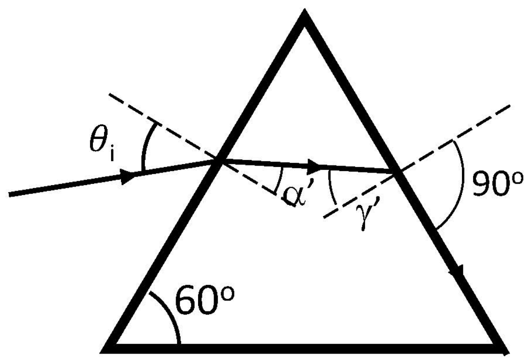
Teniendo en cuenta la geometría del prisma

$$\gamma = 60º - \alpha = 32,52º$$

Aplicando la Ley de Snell a la cara de salida del haz de luz

$$1,66 \cdot \text{sen}\, 32,52º = n_0 \cdot \text{sen}\, \beta \ ; \ \text{sen}\, \beta = 0,892 \ ; \ \beta = 63,18º$$

b) El haz de luz no emergerá del prisma cuando el ángulo de refracción β sea igual a 90º.
Aplicando la Ley de Snell para el ángulo β = 90º



$$1,66 \cdot \text{sen}\, \gamma' = n_0 \cdot \text{sen}\, 90º$$

$$\text{sen}\, \gamma' = \frac{1}{1,66} = 0,602 ; \gamma' = 37,04º$$

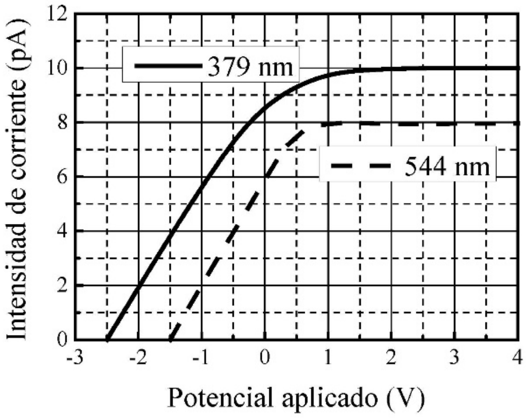
$$\alpha' = 60º - \gamma' = 22,96º$$

Aplicando la Ley de Snell a la cara de entrada del prisma

$$n_0 \cdot \text{sen}\, \theta_i = 1,66 \cdot \text{sen}\, 22,96º$$

$$\text{sen}\, \theta_i = 0,648 \ ; \ \theta_i = 40,39º$$

Pregunta B.5.- Para estudiar el efecto fotoeléctrico se registra la intensidad de corriente entre un cierto metal emisor de fotoelectrones y una placa en función del potencial eléctrico aplicado entre ambos, mientras se ilumina el metal fotoemisor con un cierto haz de luz. La gráfica adjunta muestra los datos para luz de 379 nm y 544 nm, donde se observan potenciales de frenado de 2,5 V y de 1,5 V, respectivamente.



a) A partir de los potenciales de frenado, obtenga el valor de la constante de Planck.

b) Indique cuáles serían los valores del potencial de frenado y de la intensidad de corriente máxima para el haz de luz de 379 nm si se disminuyese a la mitad la intensidad del haz.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6\cdot10^{-19}$ C.

Solución:

a) De la gráfica se deduce que los potenciales para los cuales se produce el umbral de efecto fotoeléctrico son:

λ_1 = 379 nm $\Rightarrow$ V_1 = 2,5 V,

λ_2 = 544 nm $\Rightarrow$ V_2 = 1,5 V.

La ecuación que gobierna el efecto fotoeléctrico se escribe como:

$$E = \phi + E_{cin} \,,$$

donde E expresa la energía del fotón incidente en el metal.

Por otro lado, los fotoelectrones se frenan con el potencial de frenado, con lo cual:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \phi + eV_1 \,, \qquad \frac{hc}{\lambda_2} = \phi + eV_2$$

Combinando ambas ecuaciones, resulta:

$$\frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} = e(V_2 - V_1) \quad \Rightarrow \quad h = \frac{e(V_2 - V_1)}{c\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)} = 6{,}66\cdot10^{-34} \text{ J s}$$

b) Si se disminuye a la mitad la intensidad de luz de 379 nm, el potencial de frenado no cambia (sólo depende de la frecuencia de la luz y del trabajo de extracción del metal) por lo que sigue siendo de 2,5 V.

En cambio, la intensidad de corriente registrada disminuye a la mitad, con un valor máximo de 5 pA.